Український державний університет залізничного транспорту

Кафедра „Фізика”

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 13

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛА НЕПРАВИЛЬНОЇ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ФОРМИ

Роботу виконав: студент(ка)

____
(прізвище, ім’я, по-батькові)

____
(курс) (група)

„_____” ___________________20__ р.

Роботу прийняв:

____
(прізвище та ініціали викладача)

____
(посада)

Оцінка:

за знання теорії _________
(оцінка, бал)

за провед. експер._________
(оцінка, бал)

підсумкова _________
(оцінка, бал)

____
(дата і підпис викладача)

Лабораторна робота № 13

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛА НЕПРАВИЛЬНОЇ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ФОРМИ

Мета роботи: вивчення законів динаміки обертального руху і визначення моменту інерції тіла.

Прилади і матеріали: крутильний маятник, досліджуване тіло, міліметрова лінійка, штангенциркуль, секундомір.

Теоретичні відомості

Момент інерції тіла I – скалярна фізична величина, що є мірою інертності тіла, яке обертається навколо осі. Один з методів експериментального визначення моментів інерції твердих тіл неправильної геометричної форми є метод Гауса. Він полягає в порівнянні періода крутильних коливань горизонтально розташованого диска, закріпленого на тонкому пружному вертикальному стрижні, з періодом коливань того ж самого диска з нагруженим на нього тілом.

Експериментальна установка складається з диска P и тонкого пружного стрижня L (проволоки однорідного поперечного перерізу), верхній кінець якого закріплений нерухомо (рис. 1).

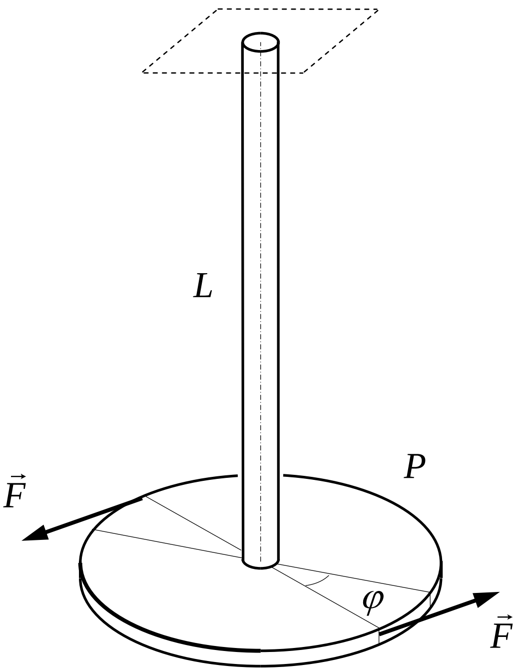

Рис.1

Якщо цей диск повернути на деякий кут φ, в стрижні виникають пружні сили, які намагаються завернути диск в первісний стан. Під дією цих сил диск, залишений сам собі, повертається в початкове положення. При цьому кутова швидкість диска зростає. Коли кут поворота диска φ стає рівним нулю, обертова швидкість його максимальна. Завдяки інертності, він продовжує обертання і повертається на той же кут в протилежному напрямку. Після зупинки диск знову починає рух, обертаючись в протилежну сторону. Так виникають коливания навколо вертикальної осі – обертання диску в обидві сторони відносно його початкового стану.

При малих кутах повороту, коли деформація стрижня залишається пружною, крутильний момент сил пружності M є пропорційним куту кручення φ:

$$M = -k\varphi, \tag{1}$$

де k – коэфіцієнт пропорційности, якій залежить від пружних властивостей матеріала стрижня, а також від його довжини та площі поперечного перерізу.

Знак “мінус” вказує, що аксіальні вектори – момента сили $\vec{M}$ та кута повороту $\vec{\varphi}$ – протилежні один одному – проекції їх на вісь обертання, що містяться у рівнянні (1), мають різні знаки.

Підставивши (1) в основне рівняння динаміки обертового руху $I\varepsilon = M$, где I – момент інерціі тіла, $\varepsilon = \varphi''$ – його кутове прискорення, одержимо диференціальне рівняння

$$I\varphi'' + k\varphi = 0. \tag{2}$$

Розділив на I, перепишемо його у вигляді

$$\varphi'' + \omega_0^2\varphi = 0, \tag{3}$$

де введено позначення

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I}}. \tag{4}$$

Рівняння (3) має назву рівняння вільних незатухаючих (тобто при відсутності тертя) гармонічниих коливань. Рішенням його є функція

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos\omega_0 t, \tag{5}$$

яка описує крутильні гармонічні коливання (кут повороту φ залежить від часу по закону синуса або косинуса). У формулі (5) φ_0 – амплітуда крутильних коливань – максимальне значення кута поворота диска, ω_0 – кругова частота. Вона зв'язана з періодом коливань T співвідношенням:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}. \tag{6}$$

Враховуючи (4), період крутильних коливань диска можно знайти за формулою

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{k}}\ , \tag{7}$$

де $I_0 = \frac{1}{2}mR^2$ – момент інерції диска (m – маса диска, R – його радіус).

Якщо на диск покласти досліджуване тіло так, щоб центр мас тіла знаходився на осі обертання диска, період крутильних коливань зросте і буде дорівнювати

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + I_T}{k}}\ , \tag{8}$$

де I_T – момент інерції тіла відносно вказаної вісі.

Розділивши співвідношення (8) на (7), маємо:

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{I_0 + I_T}{I_0}}\ ,$$

откуда

$$I_T = I_0\left(\frac{T^2}{T_0^2} - 1\right). \tag{9}$$

Масу диска обчислимо як добуток його густини ρ на об'єм $V = \pi R^2 h$ (h – товщина диска). Підстановка в формулу (9) дає вираз для обчислення момента інерції досліджуваного тіла:

$$I_T = \frac{\pi R^4 \rho h}{2}\left(\frac{T^2}{T_0^2} - 1\right). \qquad (10)$$

Послідовність виконання роботи

1. Накреслити таблицю вимірюваних величин за зразком, наведеним у табл. 13.1.
2. Повернути ненавантажений диск на певний кут (5…10 градусов) і відпустити. За допомогою секундоміра виміряти час t_0 n коливань диска ($n = 20...30$). Дані занести у таблицю.
3. Покласти на диск досліджуване тіло і виміряти час t для такої ж самої кількості коливань n як і в першому випадку.
4. Обчислити періоди коливань у цих двох випадках за формулами $T_0 = \frac{t_0}{n}$, $T = \frac{t}{n}$.
5. Виміряти штангенциркулем товщину диска h, а міліметровою лінійкою – його діаметр d. Обчислити радіус диска R и дані занести у таблицю.
6. Використовуючи формулу (10), обчислити момент інерції I_T досліджуваного тіла.
7. Проаналізувати результати і зробити висновки.
8. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Контрольні питання

1. Сформулюйте основне рівняння динаміки обертального руху. Дайте означення моменту сили відносно осі обертання.
2. Дайте означення моменту інерції твердого тіла відносно нерухомої вісі. Який у нього фізичний зміст?
3. Запишіть формулу моменту інерції однорідного диска або циліндра.
4. Як залежить момент інерції тіла від вибору осі обертання? Сформулюйте теорему Штейнера.

5. Які вектори є аксіальними? Наведіть приклади аксіальних векторів.
6. Опишіть процес виникнення обертових коливань диска, закріпленого на пружному вертикальному стрижні.
7. Запишить рівняння руху цього диска. Яке у нього рішення?
8. Які коливання називаються гармонічними? Дайте означення циклічної частоти і періода гармонічних коливань.
9. У чьому полягає метод експериментального визначення момента інерції тіла, використаний в даній роботі?
10. Виведіть формулу для визначення момента інерції тіла, яку ви застосували в даній роботі.

Звіт за виконану роботу

1. Робоча формула:

$$I_T = \frac{\pi R^4 \rho h}{2}\left(\frac{T^2}{T_0^2} - 1\right) -$$ момент інерції тіла.

1.1. Величини, що вимірюються:

$R -$ радіус диска, $[R] =$ м,

$h -$ товщина диска, $[h] =$ м,

t_0 – час n коливань ненавантаженого диска, $[t_0] =$ с,

t – час n коливань навантаженого диска, $[t] =$ с.

1.2. Табличні величини:

$\rho = 1.4 \cdot 10^3$ кг/м^3 – густина матеріала диска (алюміній).

1.3. Величини, що обчислюються:

$$T_0 = \frac{t_0}{n}, \quad T = \frac{t}{n},$$ $[T] =$ с;

$I_T -$ момент інерції тіла, $[I_T] =$ кг·м^2.

2. Результати експерименту:

Таблиця 13.1

n	t_0	t	R	h	ρ
	с	с	м	м	кг/м^3

Результати експерименту підтверджую

____

(дата і підпис викладача)

3. Обробка результатів експерименту:

$$I_T = \frac{\pi R^4 \rho h}{2}\left(\frac{T^2}{T_0^2} - 1\right) = \qquad .$$

4. Висновки: ____

____